**Шифр роботи:** (одне-два слова)

**СКІНЧЕННІ РІЗНИЦІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ**

ЗМІСТ

**ВСТУП**……………………………………………………………………………3

**РОЗДІЛ 1. СКІНЧЕННІ РІЗНИЦІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ**…………………………………………………………………. 6

1.1. Означення та властивості різницевого оператора …………………………6

1.2. Зв’язок між різницевим оператором та оператором диференціювання....11

1.3. Про зв’язок між характеристичними коренями лінійних однорідних різницевих та диференціальних рівнянь………………………………………15

Висновки до розділу 1………………………………………...…………………20

**РОЗДІЛ 2. АНТИРІЗНИЦЕВИЙ ОПЕРАТОР ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ**……………………………………………………………...21

2.1. Означення та властивості антирізниць…………………………………….21

2.2. Застосування антирізниць до обчислення скінченних сум………………25

Висновки до розділу 2………………………………………...…………………29

**ВИСНОВКИ**……………………………………………………………………..30

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**……………………………………31

**ДОДАТКИ**…………………………………………………………………….....32

# **ВСТУП**

**Актуальність.** …………………………………………………………………………………….…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..........

**Метою роботи** є …………………………………………………………..

Відповідно до мети було визначено наступні **завдання:**

1. ………………;
2. ……………….;
3. …………………;
4. …………………;
5. ………………….;
6. …………………..

**Об’єкт дослідження**  є ……………………………………………………..

**Предмет дослідження** є…………………………………………………………………………...

Для реалізації завдань було використано наступні **методи дослідження:**

* ;
* .

**Наукова новизна** роботи полягає в тому, що: ………………………..

**Теоретична та практична значущість дослідження.** ………………….

**Апробація результатів дослідження**. Результати дослідження доповідались та обговорювались на ІІІ Всеукраїнській науково-методичній інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу – ІТМ\*плюс (м. Суми, 12 листопада 2021 р.).

**Публікації.** Основні положення роботи відображено у статті, написаної у співавторстві, «Шляхи вдосконалення системи підвищення професійної компетентності та кадрового забезпечення державних службовців» (INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL «FUTURE SCIENCE: YOUTH INNOVATIONS DIGEST». 2022. Volume 1, Issue 1. Р.64-68).

**Структура роботи**. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел, додатків. Текст роботи проілюстровано 25 таблицями, 7 рисунками.

## **РОЗДІЛ 1.**

## **СКІНЧЕННІ РІЗНИЦІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ**

**1.1. Поняття ресурсів та виробничих ресурсів підприємства**

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

Деякі визначення поняття «ресурси» окремих науковців наведемо в таблиці 1.1. ***Зразок оформлення таблиці***

Таблиця 1.1

Зміст деяких визначень категорії «ресурси»

|  |  |
| --- | --- |
| Автор, робота | Зміст визначення |
| Філіпенко І.С. [5, с.53] | Ресурси (фр. ressources – засоби, запаси, можли-вості, джерела) в економіці розглядаються як складові елементи виробничого потенціалу, якими володіє окрема країна чи світове співто-вариство і які використовуються для економіч-ного, соціального, науково-технічного розвитку.  |
| Економічна енциклопедія [8, с. 206]  | Ресурси (фр. ressourсe – допоміжний засіб) – основні елементи виробничого потенціалу, які має в розпорядженні система і які використовуються для досягнення конкретних цілей економічного розвитку.  |
| Новицький В.Є. [41, с.31] | Ресурси – матеріальні та інформаційні об’єкти, джерела і передумови отримання необхідних людям матеріальних і духовних благ, які можна використовувати та реалізувати при існуючих технологіях і соціально-економічних відносинах.  |

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

Отже, в умовах розбудови економіки знань важливо визначити такий взаємозв’язок (див. рис. 1.1), де метою формування та реалізації виробничого ресурсу й виробничого потенціалу є виробничий капітал.

Виробничий ресурс

Виробничий потенціал

Виробничий капітал

***Зразок оформлення рисунку***

Рис. 1.1. Взаємозв’язок виробничого ресурсу, виробничого потенціалу та виробничого капіталу

.............................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

## **1.2.** **Зв’язок між різницевим оператором та оператором диференціювання**

Так, для оцінки відповідності кваліфікації робітників складності виконуваних робіт визначаються середні тарифні розряди робіт і робітників:

****;(1.1)

, (1.2)

де – середній тарифний коефіцієнт робітників;

Тр – тарифний коефіцієнт відповідного розряду;

N – чисельність робітників кожного розряду;

VP – обсяг робіт кожного виду (у вартісному або натуральному вимірах).

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

Можна простежити й інші аналогії між властивостями різниці $∆y$ та похідної $y'$ (див. табл. 1.2).

***Зразок оформлення таблиці з формулами*** Таблиця 1.2

Порівняльний аналіз властивостей різницевого оператора та похідної

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$y\left(x\right)$$ | $$∆y\left(x\right)$$ | $$y'\left(x\right)$$ |
| $$g\left(x\right)\pm h\left(x\right)$$ | $$∆g\left(x\right)\pm ∆h\left(x\right)$$ | $$g'\left(x\right)\pm h'\left(x\right)$$ |
| $Cg\left(x\right), $ $C=const$ | $$C∆g\left(x\right)$$ | $$Cg'\left(x\right)$$ |
| $$g\left(x\right)∙h\left(x\right)$$ | $$∆g\left(x\right)h\left(x\right)+g\left(x+1\right)∆h\left(x\right),$$або$$g\left(x\right)∆h\left(x\right)+∆g\left(x\right)h\left(x+1\right)$$ | $$g'\left(x\right)h\left(x\right)+g\left(x\right)h'\left(x\right)$$ |
| $$\frac{g\left(x\right)}{h\left(x\right)}$$ | $$\frac{∆g\left(x\right)h\left(x\right)-g\left(x\right)∆h\left(x\right)}{h\left(x\right)h\left(x+1\right)}$$ | $$\frac{g'\left(x\right)h\left(x\right)-g\left(x\right)h'\left(x\right)}{\left(h\left(x\right)\right)^{2}}$$ |

Зазначене вище наводить на думку, що має існувати деяке більш широке поняття, яке б узагальнювало поняття похідної функції та її різниці. Таке узагальнення було запропоноване у 1988 році С. Хільгером та ґрунтується на понятті часової шкали як довільної непорожньої замкненої підмножини множини дійсних чисел. Відповідна теорія дозволяє розглядати об’єкти на неперервних, дискретних та неперервно-дискретних інтервалах. Ключовим поняттям (яке як раз і об’єднує в собі поняття похідної та різниці) у цій теорії є поняття так званої $∆$***-похідної*** [8, 19].

# **1.3. Про зв’язок між характеристичними коренями лінійних однорідних різницевих та диференціальних рівнянь**

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

В склад працівників основної діяльності входять такі категорії працівників: робітники, учні, керівники, спеціалісти, обслуговуючий персонал і персонал охорони.

При аналізі забезпеченості підприємства кадрами визначають абсолютну і відносну економію (надлишок) працівників відповідно за такими формулами:

****;(1.3)

****, (1.4)

де ±∆Naбc, ±∆Nвідн – відповідно абсолютна і відносна економія (–) або надлишок (+) працівників;

Nпл, N1 – відповідно планова і фактична чисельність працівників;

іq – індекс обсягу продукції (коефіцієнт зростання обсягу продукції).

Наступним етапом аналізу забезпеченості і наявності кадрового персоналу є оцінка структури працівників.

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

**Висновки до розділу 1**

# **РОЗДІЛ 2.**

# **АНТИРІЗНИЦЕВИЙ ОПЕРАТОР ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ**

## **2.1. Означення та властивості антирізниць**

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

Аналіз обсягу виробництва та реалізації продукції починається з вивчення динаміки випуску та реалізації продукції, розрахунку базисних і ланцюгових темпів зростання і приросту.

Проведемо аналіз зміни виручки від реалізації продукції за п’ять років. Результати розрахунку наведено у таблиці 2.1.

***Зразок оформлення таблиці*** Таблиця 2.1

Динаміка товарної продукції, тис. грн.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Рік | Товарна продукція, тис. грн. | Темпи зростання, % |
| базисні | ланцюгові |
| 2016 | 795,5 | 100,00 | 100,00 |
| 2017 | 865,4 | 108,79 | 108,79 |
| 2018 | 924,4 | 116,20 | 106,82 |
| 2019 | 1013,1 | 127,35 | 109,60 |
| 2020 | 1068,3 | 134,29 | 105,45 |

Дані таблиці 2.2 свідчать про те, що ……………………………………………………………………………………..

..................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................

## **2.2. Застосування антирізниць до обчислення скінченних сум**

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………. [15, 17].

Дані для аналізу структури персоналу підприємства наведені у таблиці 2.2.

***Зразок оформлення таблиці*** Таблиця 2.2

Аналіз складу персоналу підприємства

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Категорії персоналу | 2019 рік | 2020 рік | Відхи-лення,(±)  |
| чисельність, осіб | питомавага, % | чисельність, осіб | питомавага, % |
| Персонал, всьогоу тому числі: | 9 | 100 | 9 | 100 | – |
|  робітники | 6 | 66,67 | 6 | 66,67 | – |
|  керівники | 2 | 22,22 | 2 | 22,22 | – |
|  фахівці  | 1 | 11,11 | 1 | 11,11 | – |

Дані таблиці 2.3 свідчать про те, що ……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………

Структуру персоналу підприємства представлено на рисунку 2.2.



Рис. 2.2. Структура персоналу підприємства

***Зразок оформлення таблиці***

***Зразок оформлення діаграми*** …………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

Для більшої наочності динаміку показників забезпеченості підприємства основними виробничими фондами представлено на рисунку 2.3.



Рис. 2.3. Динаміка показників забезпеченості підприємства основними фондами

2020 рік

2019 рік

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

**Висновки до розділу 2**

# **ВИСНОВКИ**

У роботі розглянуто і систематизовано ……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..

# **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

**ЗРАЗКИ ОФОРМЛЕННЯ ДОДАТКІВ**

**ДОДАТОК А**

Таблиця А.1

**Значення різницевого оператора від основних елементарних функцій**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$f\left(x\right)$$ | $$∆f\left(x\right)$$ | $$f\left(x\right)$$ | $$∆f\left(x\right)$$ |
| $$a\in N$$ | 0 | $$\frac{1}{x}$$ | $$-\frac{1}{x(x+1)}$$ |
| $$ax+b$$ | $$a$$ | $$a^{x}$$ | $$a^{x}(a-1)$$ |
| $$x^{2}$$ | $$2x+1$$ | $$log\_{a}x$$ | $$log\_{a}\frac{x+1}{x}$$ |
| $$x^{3}$$ | $$3x^{2}+3x+1$$ | $$\sin(x)$$ | $$2\cos(\left(x+\frac{1}{2}\right))\sin(\frac{1}{2})$$ |
| $$x^{n}$$ | $$\sum\_{k=1}^{n}C\_{n}^{k}x^{n-k}$$ | $$\cos(x)$$ | $$-2\sin(\left(x+\frac{1}{2}\right))\sin(\frac{1}{2})$$ |
| $$x^{(n)}$$ | $$nx^{(n-1)},$$ | $$x!$$ | $$x!x$$ |

**ДОДАТОК Б**

Таблиця Б.1

Числа Стірлінга другого роду $S(n,k)$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$n/k$$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 12345678 | 11111111 | 137153163127 | 162590301966 | 110653501701 | 1151401050 | 121266 | 128 | 1 |

**ДОДАТОК В**

Таблиця В.1

Значення антирізниць від деяких елементарних функцій

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | $$f\left(x\right)$$ | $$∆^{-1}f\left(x\right)$$ |
| 1 | $$a\in N$$ | $$ax+C$$ |
| 2 | $$2^{x}$$ | $$2^{x}+C$$ |
| 3 | $$a^{x}$$ | $$\frac{a^{x}}{a-1}+C$$ |
| 5 | $$x^{(n)}, n\ne -1$$ | $$\frac{x^{(n+1)}}{n+1}+C$$ |
| 6 | $$x$$ | $$\frac{x^{(2)}}{2}=\frac{x(x-1)}{2}+C$$ |
| 7 | $$x^{2}$$ | $$\frac{x(x-1)(2x-1)}{6}+C$$ |
| 8 | $$\cos(x)$$ | $$\frac{\sin((x-\frac{1}{2}))}{2\sin((\frac{1}{2}))}+C$$ |
| 9 | $$\sin(x)$$ | $$–\frac{\cos((x-\frac{1}{2}))}{2\sin((\frac{1}{2}))}+C$$ |
| 10 | $$arctg\frac{1}{1+x+x^{2}}$$ | $$arctg x+C$$ |